**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра МО ЭВМ**

отчет

**по лабораторной работе №1**

**по дисциплине «Цифровая обработка сигналов»**

Тема: Дискретные сигналы

Студенты гр. 5381 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Немтырева А.С.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Филиппова В.А.

гр.5303 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Федорова М.Д.

Санкт-Петербург

2018

**Цель работы:** изучить математическое описание дискретных сигналов и овладеть программными средствами их моделирования в MATLAB.

**Исходные данные:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Переменная** | **Назначение** | **Значение** | **Идентификатор** |
|  | Номер бригады |  | Nb = 4 |
| N | Длина последовательности | N=30+ mod 5 | N = 34 |
| T | Период дискретизации | T=0,0005(1+ mod 5) | T = 0,001 |
| a | Основание экспоненты | a=(0,8+0,005) | a = 0,82 |
| C | Амплитуда  гармонического  сигнала | C= 1 + mod 5 | C = 5 |
| (рад) | Частота гармонического сигнала | =pi/ (6+ mod 5) | w0 = pi/10 |
| m | Задержка | m=5 + mod 5 | m = 9 |
| U | Амплитуда импульса | U= | U = 4 |
|  | Начальный момент импульса | = mod 5+3 | n0 = 7 |
|  | Длина импульса | = mod 5+5 | n\_imp = 9 |
| B1, B2, B3 | Амплитуды гармонических сигналов | =1,5+ mod 5  =5,7- mod 5  =2,2+ mod 5 | Вектор B = [5.5 1.7 6.2] |
|  | Частоты гармонических сигналов | =/ (4+ mod 5)  =/ (8+ mod 5)  =/ (16+ mod 5) | Вектор w = [pi/8 pi/12 pi/20] |
| a1, a2, a3 | Коэффициенты линейной комбинации гармонических сигналов | =1,5- mod 5  =0,7- mod 5  =1,4+ mod 5 | Вектор А = [-2.5 4.7 5.4] |
| mean | Математическое ожидание | mean = mod 5 + 3 | Mean = 7 |
| var | Дисперсия | var = mod 5 + 5 | Var = 9 |

**Ход работы:**

1. *Цифровой единичный импульс *

Взаимосвязь между дискретным и дискретным нормированным временем выражается формулой:



где  – дискретное время,

 – дискретное нормированное время;

Различием между цифровым единичным импульсом и дельта-функцией является то, что у единичного импульса амплитуда равна единице, а у дельта-функции - бесконечности. Поэтому дельта-функция на практике не реализуема. Кроме того, дельта-функция бесконечно узкая и при этом имеет площадь, равную единице. Дельта-функция - аналоговая, цифровой единичный импульс – дискретный.

1. *Цифровой единичный скачок *

Соответствие между цифровым и аналоговым единичными скачками: цифровой единичный скачок получается путем дискретизации аналогового единичного скачка.

Реальный аналоговый сигнал можно приближенно представить некоторой суммой единичных скачков, возникающих в последовательные моменты времени. Устремив к нулю длительность интервала времени между единичными скачками, в пределе будет получаться точная огибающая реального исходного сигнала.

Частота дискретизации цифрового единичного скачка по теореме Котельникова:

, где - верхняя граничная частота спектра аналогового сигнала.

1. *Дискретная экспонента*

Соответствие между дискретной и аналоговой экспонентой.

Точки дискретной экспоненты находятся в местах, где для аналоговой экспоненты , n – целые.

Дискретная экспонента – экспоненциальная последовательность – образуется в результате дискретизации экспоненты.

– решетчатая функция, описывающая экспоненциальную последовательность дискретной экспоненты. Вид дискретной экспоненты определяется величиной и знаком параметра : при функция по модулю неограниченно растет, а при – функция ограничена, и при функция знакопостоянная, а – знакопеременная.

1. *Дискретный комплексный гармонический сигнал*

 где 

В виде двух вещественных последовательностей:



1. *Задержанные последовательности*

Цифровой единичный импульс:



Цифровой единичный скачок:



Дискретная экспонента:



1. *Дискретный прямоугольный импульс*

*Рисунок 12. Дискретный прямоугольный импульс x\_3 (n) (с помощью функции rectpuls)*

*Рисунок 13. Дискретный прямоугольный импульс x\_3 (n) (на основе цифрового единичного скачка)*

* Формат функции rectpuls

y = rectpuls(t) - возвращает отсчеты одиночного прямоугольного импульса с единичной амплитудой, вычисленные для моментов времени, заданные входным вектором t. Формируемый импульс центрирован относительно момента времени t = 0 и по умолчанию имеет единичную длительность.

y = rectpuls(t,w) - генерирует аналогичный прямоугольный импульс с длительностью, заданной вторым входным параметром w.

* Выполнение моделирования импульса в обоих случаях

x3\_1 = U\*rectpuls(n-n0,2\*n\_imp); x3\_1(1:n0) = 0; % ФОРМИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСА С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИИ rectpuls

x3\_2 = [zeros(1,n0) U.\*u1((n0+1):(n0+n\_imp))...

zeros(1,N-(n0+n\_imp))]; % ФОРМИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСА С ПОМОЩЬЮ ЦИФРОВОГО ЕДИНИЧНОГО СКАЧКА

в первом случае, функция сама строит прямоугольный импульс;

во втором случае импульс представляется в виде двух дискретных единичных скачков с различными задержками.

1. ***Дискретный треугольный импульс***

*Рисунок 14. Дискретный треугольный импульс*

* Аналитическая запись свертки:

Длина свертки и ширина импульса сходятся по теоретическим расчетам и по графику.

1. ***Линейная комбинация дискретных гармонических сигналов***

*Рисунок 15. Дискретные гармонические сигналы и их линейная комбинация*

Среднее значение: Mean\_x5= 0.75025

Энергия: E = 110532.2215

Средняя мощность: P = 650.1895

* Операции при моделировании линейной комбинации сигналов x5(n) = a1x1(n)+ a2x2(n)+ a3x3(n):

n = 0:(5\*N-1); % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ

xi = repmat(B,length(n),1).\*sin(n'\*w); % МАТРИЦА ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК

ai = repmat(A,length(n),1); % МАТРИЦА КОЭФФИЦИЕНТОВ

x5 = sum((ai.\* xi)'); % ЛИНЕЙНАЯ КОМБИНАЦИЯ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК

* Данные характеристики рассчитываются по следующим формулам:

*Среднее значение последовательности* (сумма её значений, отнесенная к длине) mean\_x5 = mean(x), где x – вектор отсчетов последовательности;

*Энергия последовательности* (сумма квадратов её значений) E = sum (x.^2);

*Средняя мощность* (энергия, отнесенная к длине последовательности) P = sum (x.^2)/length (x), где length(x) – длина последовательности.

1. ***Дискретный гармонический сигнал с экспоненциальной огибающей***

*Рисунок 16. Дискретный гармонический сигнал с экспоненциальной огибающей на интервале нормированного дискретного времени (n)*

* Аналитическая форма дискретного сигнала x6(n):
* Операции при моделировании дискретного сигнала

n = 0:(N-1); % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ

x = C.\*sin(w0.\*n); % ДИСКРЕТНЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ СИГНАЛ

x6 = x.\*(abs(a).^n); % ДИСКРЕТНЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ СИГНАЛ С ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ ОГИБАЮЩЕЙ

1. ***Периодическая последовательность дискретных прямоугольных импульсов***

*Рисунок 17. Периодическая последовательность дискретных прямоугольных импульсов (n)*

* Операции при моделировании периодической последовательности:

генерируем один период последовательности дискретных прямоугольных импульсов:

xp = [U.\*u1(1:n\_imp) zeros(1,n\_imp)]; % ПЕРИОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

где U – амплитуда, n\_imp - длительность.

формируем пять периодов последовательности с помощью функции repmat:

p = 5; % ЧИСЛО ПЕРИОДОВ

x7 = repmat(xp,1,p); % ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ

n = 0:(length(x7)-1); % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ

1. ***Равномерный белый шум***

*Рисунок 18. График оценки АКФ равномерного белого шума*

Оценка математического ожидания: mean\_uniform = 0.49956

Оценка дисперсии: var\_uniform = 0.08291

* Истинные значения математического ожидания и дисперсии.

Равномерный белый шум - последовательность случайных чисел из диапазона [0;1], распределенных по равномерному закону:

* Автоковариационная функция равномерного белого шума при , имеет вид цифрового единичного импульса.
* Длина оценки автоковариационной функции

*L = 2N – 1 = 61.*

1. ***Нормальный белый шум***

Оценка математического ожидания: mean\_norm= 0.0018848

Оценка дисперсии: var\_norm= 0.97502

*Рисунок 19. График оценки АКФ нормального белого шума*

* Истинные значения математического ожидания и дисперсии:

Нормальный белый шум - последовательность случайных чисел, распределенных по нормальному закону:

* АКФ нормального белого шума при , имеет вид цифрового единичного импульса.
* Длина оценки АКФ.

*L = 2N – 1 = 61.*

1. ***Аддитивная смесь дискретного гармонического сигнала с нормальным белым шумом***

*Рисунок 20. График аддитивной смеси x8(n) дискретного гармонического сигнала x(n) с нормальным белым шумом на интервале нормированного дискретного времени (n)*

* Аддитивная смесь – это модель реального сигнала. Аддитивная смесь сигнала с шумом – сумма входного сигнала и действующей на него помехи.

1. ***Оценка АКФ последовательности, центрированной относительно m=0***

Var\_x8 = 13.5194

R(N) = 13.4673

*Рисунок 21. График АКФ, центрированный относительно m = 0.*

* Свойства АКФ:
* *L = 2N - 1*, где L - длина АКФ;
* Соответствия между выведенными значениями:

полученные значения приблизительно равны, R(N) меньше дисперсии возможно потому, что все эти значения лишь оценочные и не могут претендовать на абсолютную точность.

1. ***Нормальный белый шум с заданными характеристиками***

*Рисунок 22. Графики четырех разновидностей нормального белого шума длины 10 000*

*Рисунок 23. Гистограммы четырех разновидностей нормального белого шума*

* К каким изменениям шума приводит изменение его математического ожидания и дисперсии

При изменении математического ожидания график шума смещается относительно оси значений (при увеличении математического ожидания график смещается выше, а при уменьшении – ниже). При увеличении дисперсии, увеличивается разброс значений функции относительно её математического ожидания, соответственно при уменьшении – разброс уменьшается.

* Гистограмма – оценка плотности вероятности функции. При изменении математического ожидания шума она смещается относительно оси значений (при уменьшении – влево, при увеличении – вправо). При увеличении дисперсии шума – растягивается по оси значений, при уменьшении – сужается.